

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Президент  
Національного університету  
«Києво-Могилянська академія»

А. А. Мелешич

» квітня 2018 р.



**ПРОГРАМА ДОДАТКОВОГО ФАХОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ**  
для здобуття ступеня магістра за спеціальністю  
**113 «ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»**  
(галузь знань: 11 «Математика та статистика»;  
освітня програма: «Прикладна математика»;  
спеціалізація: «Прикладна математика» )  
на основі ступеня бакалавра або освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста,  
здобутого за іншою спеціальністю (напрямом підготовки)

Схвалено  
Вченою радою  
факультету інформатики  
(протокол № 3 від 1 березня 2018 р.)

Голова Вченої ради  
декан

М. М. Глибовець

A handwritten signature in blue ink, corresponding to the name M. M. Glybovets mentioned in the text.

## I. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Додаткове фахове вступне випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» передбачено Правилами прийому до Національного університету «Києво-Могилянська академія» в 2018 р. для тих абітурієнтів, які вступають на навчання для здобуття ступеня магістра на основі освітнього ступеня бакалавра (або освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста), здобутого за іншою спеціальністю (напрямом підготовки).

Додаткове фахове вступне випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» має за мету оцінку мотивації абітурієнта до вступу на навчання; з'ясування рівня його фахових компетенцій; комплексну перевірку знань абітурієнта та його розуміння змісту базових математичних дисциплін («Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій»); визначення його готовності до засвоєння фахових навчальних програм магістерського рівня.

Мінімальний для допуску до додаткового фахового вступного випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» середній бал додатка до диплома для вступників, які здобули освітній ступінь бакалавра чи освітньо-кваліфікаційний рівень спеціаліста за іншою спеціальністю (напрямом підготовки), становить 60 балів.

Додаткове фахове вступне випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» проводиться у формі співбесіди, що полягає в обговоренні з абітурієнтом питань (три питання) з переліку, запропонованого для підготовки.

Тривалість співбесіди з кожним абітурієнтом – до 20 хв.

## II. ПИТАННЯ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ДОДАТКОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ

### Дискретна математика

1. Числення висловлювань. Операції над висловлюваннями та їх властивості. Основні тавтології та правила логічного наслідку.
2. Булеві функції, операції над ними. Застосування до побудови релейно-контактних схем, диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми
3. Метод математичної індукції.
4. Основні поняття теорії множин. Парадокс Рассела. Діаграми Ойлера-Вена. Способи представлення множин в пам'яті комп'ютера. Операції над множинами та їх властивості. Закони де Моргана. Декартів добуток множин. Поняття функції, способи її задання.
5. Основні принципи комбінаторики. Розміщення, перестановки, комбінації (з повтореннями і без). Біноміальні коефіцієнти та їх інтерпретації Поліноміальні коефіцієнти. Формули включень та виключень.
6. Порівняння нескінченних множин. Рівнопотужні множини. Зліченні та незліченні множини, основні теореми. Зліченність множини раціональних чисел та незліченність множини двійкових послідовностей. Порівняння потужностей множини та її булеана. Поняття про кардинальні числа.
7. Відношення, та відповідності задані на множинах. Графіки та графи бінарних відношень. Операції над відношеннями.

8. Спеціальні типи відношень. Функціональні відношення. Відношення еквівалентності, поняття фактор-множини Відношення часткового порядку, решітки.
9. Древа та їх властивості.

### Математичний аналіз

1. Числові послідовності. Способи задання послідовності. Означення границі послідовності. Теореми про єдиність границі, про обмеженість збіжної послідовності (з дов.), про три послідовності (про “затиснуту” послідовність), про арифметичні дії над збіжними послідовностями .
2. Теорема Вєрштраса про існування границі монотонної послідовності. Збіжність послідовності  $\left\{ \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n, n \geq 1 \right\}$ . Число  $e$ .
3. Границя функції в точці. Означення по Коші і по Гейне, їх еквівалентність. Чудові границі. Теорема про арифметичні дії з границями.
4. Поняття неперервності функції, неперервність функції в точці і на множині, класифікація точок розриву. Теореми про властивості неперервних на відрізку функцій (теорема Коші про проміжні значення неперервної функції, теореми Вейерштраса).
5. Похідна. Геометричний та фізичний зміст похідної. Правила диференціювання (похідна суми, добутку, частки, складеної функції). Таблиця похідних основних елементарних функцій.
6. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші.
7. Дослідження функції за допомогою похідних. Монотонність та похідна. Локальний екстремум. Опуклість, точки перегину. Знаходження найбільшого та найменшого значень функції, заданої на відрізку.
8. Поняття первісної та невизначеного інтегралу. Елементарні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів. Основні методи інтегрування функцій (заміни змінної та метод інтегрування частинами).
9. Визначений інтеграл. Теорема Ньютона-Лейбніца. Неперервність і похідна інтеграла як функції верхньої межі.
10. Застосування визначеного інтегралу до обчислення площ, довжини дуги кривої, об'єму і поверхні тіла обертання.
11. Числові ряди. Необхідна умова збіжності числового ряду. Гармонійний ряд ( $\alpha = 1$ ).
12. Ознаки порівняння збіжності знакододатних числових рядів. Ознаки Коші і д'Аламбера збіжності знакододатних числових рядів.
13. Абсолютна і умовна збіжність ряду. Ознака Лейбніца збіжності знакопчергового ряду.
14. Степеневий ряд, його радіус збіжності, теорема Коші-Адамара. Теореми про властивості степеневих рядів. Розклад функцій в ряд Тейлора, основні розклади.
15. Метричні простори, поняття метрики. Простір  $R_m$ . Збіжність послідовностей точок в  $R_m$ . Множини в  $R_m$ : відкриті, замкнені, обмежені, компактні.
16. Похідні за напрямком та частинні похідні функцій багатьох змінних. Градієнт функції багатьох змінних та формула визначення похідної за напрямком через градієнт.

17. Диференційовні функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності. Дотична площина та нормаль до гладкої поверхні. Диференціал 1-го порядку.
18. Похідні вищих порядків. Теорема Шварца про достатні умови рівності змішаних похідних. Диференціал другого порядку. Формула Тейлора розвинення функції в околі заданої точки.
19. Локальний екстремум функції багатьох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму функції двох змінних.
20. Подвійний інтеграл. Означення, фізичний та механічний зміст. Теорема Фубіні про обчислення подвійного інтегралу. Формула заміни змінних у подвійному інтегралі. Якобіан. Полярні координати.

### **Алгебра та геометрія**

1. Поле комплексних чисел. (алгебраїчна, тригонометрична форма комплексного числа, корені з комплексних чисел).
2. Гіпербола, парабола, еліпс, рівняння прямої та площини.
3. Системи лінійних рівнянь, метод Гауса.
4. Алгебра матриць, обернена матриця.
5. Абстрактний векторний простір. Лінійна незалежність векторів, базис, розмірність.
6. Визначники матриці, ранг матриці, метод Крамера розв'язку системи рівнянь.
7. Евклідові та унітарні простори. Ортонормований базис. Кут між векторами, відстань від вектора до підпростору.
8. Лінійні оператори. Власні числа та власні вектори Діагоналізовані оператори
9. Поняття групи, кільця, поля.
10. Ідеал кільця, фактор-кільце, кільця лишків. Функція Ойлера.
11. НСД та НСК цілих чисел та многочленів, алгоритм Евкліда.
12. Теорема Ойлера та мала теорема Ферма.
13. Діофантові рівняння, лінійні конгруенції.
14. Китайська теорема про лишки.
15. Квадратичні конгруенції. Квадратичні лишки і символ Лежандра.
16. Розклад многочлена на незвідні над полями  $R$  та  $C$  (опис незвідних поліномів над  $R$ , використовуючи розклад над  $C$ ).

### **Диференціальні рівняння**

1. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку, її геометричний і фізичний зміст. Достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші.
2. Диференціальні рівняння в повних диференціалах, теорема про необхідні і достатні умови для того, щоб рівняння було рівнянням в повних диференціалах.
3. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.

4. Методи відшукування часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку. Метод варіації довільних сталих.
5. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Методи розв'язування таких рівнянь.
6. Задача Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку. Достатня умова існування та єдиності розв'язку.
7. Методи інтегрування лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь. Теорема про структуру загального розв'язку лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь у випадку, коли корені характеристичного рівняння дійсні і різні.

### **Теорія алгоритмів та математична логіка**

1. Формальні мови. Числення предикатів, як формальна мова.
2. Формальні теорії. Числення предикатів, як формальна теорія.
3. Теорії першого порядку. Теорема К. Гьоделя про повноту числення предикатів.
4. Алгоритмічна мова К. Гьоделя. Примітивно рекурсивні, загально-рекурсивні та частково-рекурсивні функції, множини, предикати.
5. Машина Тьюрінга. Теза Чьорча. Еквівалентність концепцій алгоритму за Гьоделем та Тьюрінгом.

### **Теорія ймовірностей та математична статистика**

1. Аксиоматичне означення ймовірності. Властивості ймовірності.
2. Класична, геометрична та дискретна схеми визначення ймовірності.
3. Умовні ймовірності. Формули повної ймовірності та Байєса.
4. Незалежність випадкових подій. Незалежність випадкових подій попарна та в сукупності.
5. Дискретні випадкові величини. Розподіл дискретної випадкової величини. Функція розподілу дискретних випадкових в. Її властивості.
6. Схема Бернуллі. Біноміальний розподіл. Розподіл Пуассона. Їх числові характеристики та застосування.
7. Числові характеристики дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. Їх властивості. Функції від випадкових величин. Їх характеристики.
8. Абсолютно неперервні розподіли. Щільність, її властивості.
9. Рівномірний розподіл. Його характеристики та застосування.
10. Показниковий розподіл. Його характеристики, застосування і основна властивість.
11. Нормальний розподіл. Його характеристики та застосування.
12. Функції від випадкових величин. Їх математичне сподівання. Моменти випадкової величини.
13. Сумісний розподіл дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. Їх властивості і характеристики.
14. Числові характеристики залежності випадкових величин. Їх властивості.

### Методи оптимізації та дослідження операцій

1. Постановка задачі математичного програмування. Цільова функція та функції-обмеження.
2. Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування. Теорема про пошук оптимального розв'язку.
3. Загальна постановка задачі лінійного програмування. Симплекс-метод розв'язання задач лінійного програмування. Симплекс-таблиці.
4. Поняття двоїстих задач лінійного програмування. Теорема про двоїстість. Зв'язок між задачею лінійного програмування та двоїстою до неї задачею.
5. Цілочислові задачі задач лінійного програмування. Методи розв'язання. Метод відтину Гоморі розв'язання цілочислової задачі лінійного програмування.
6. Закрита транспортна задача. Методи знаходження початкового базисного розв'язку. Метод потенціалів розв'язування транспортної задачі. Відкриті транспортні задачі.
7. Класична задача оптимізації. Поняття стаціонарних точок. Метод Лагранжа.

### ІІІ. ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ ПІДГОТОВКИ

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1971.
2. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1987.
3. Боднарчук Ю. В., Олійник Б. В. Основи дискретної математики: Навч. посіб. — К.: Вид. дім «Киево-Могилянська академія», 2009. — 159 с.
4. Ван дер Варден Б. Алгебра, – М.: Наука, 1979.
5. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Физматлит, 1996. — 400 с.
6. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – Москва : Факториал, 1999.– 527 с.
7. Гельфанд И. Лекции по линейной алгебре . Издание пятое, исправленное. – Москва: Добросвет, МЦНМО, 1998. – 320 с.
8. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: Вища школа, 1988. — 438 с.
9. Глибовець М.М., Олецький О.В. Штучний інтелект, Видавничий дім “КМ Академія ” 2002.
10. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: Учебник. — М.: Наука, 1988. -448 с.
11. Городній М.Ф., Митник Ю.В., Кашпіровський О. І. Основи математичного аналізу. Ч.І., -Київ, “КМ Академія” – 2004, 101с.
12. Городній М.Ф., Митник Ю.В. Основи математичного аналізу. Ч.ІІ., - Київ, «Київський ун-т» – 2007, 85с.
13. Гудыменко Ф. Я., Павлюк И.А., Волкова В.А. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – К.: Вища шк. Головное изд – во, 1972.
14. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении – Киев: Факт, 2004 – 560с.
15. Коваленко И. Н., Гнеденко Б. В. Теория вероятностей: Учебник. — К.: Выща шк., 1990. — 328 с.
16. Колмогоров А. Н., Журбенко И. Г., Прохоров А. Г. Введение в теорию вероятностей. — М.: Физматлит, 1995. — 176 с.
17. Мальцев А. Алгоритмы и рекурсивные функции, - М., Наука, 1986.
18. Мендельсон Э. Введение в математическую логику, - М., Наука, 1971.
19. Оленко А. Я., Ядренко М. Й. Дискретна математика: навч.-метод. посіб. - К.: НАУКМА, 1996. — 83 с.

20. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: Примеры и задачи, – К.: Вища шк. Головное изд – во, 1984, 454с.
21. Тей А., Грибомон Ж. Логический подход к искусственному интеллекту, - М.: “Мир”, 1990.
22. Трохимчук Р. М. Основи дискретної математики: Практикум. — К.: МАУП, 2004. — 168 с.
23. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1979.

#### IV. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Додаткове фахове вступне випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» має кваліфікаційний характер та оцінюється за шкалою: «склав/не склав».

У випадку, якщо абітурієнт не склав додаткове вступне випробування, він втрачає право брати участь у конкурсному відборі на спеціальність 113 «Прикладна математика».

Оцінювання результатів додаткового фахового вступного випробування здійснюється за такими критеріями:

Оцінка за шкалою «склав/не склав»	Критерії оцінювання
<b>Склав</b>	Під час випробування абітурієнт виявив належне розуміння суті та змісту завдань/питань і виконав їх на рівні, не нижчому ніж достатній. Надані відповіді засвідчують опанування вступником базових знань та умінь з фахових дисциплін, здатність до аналізу та інтерпретації засвоєного матеріалу, володіння навичками логічного і послідовного викладу.
<b>Не склав</b>	Відповіді абітурієнта не відповідають зазначеним вище критеріям. Під час випробування абітурієнт виявив незадовільний рівень знань та умінь з фахових дисциплін; не надав правильних відповідей на питання або відмовився від відповідей; не засвідчив належного рівня підготовки до опанування освітньої програми магістерського рівня з обраної спеціальності.

Голова фахової атестаційної комісії



Б. В. Олійник