МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Президент
Національного університету
«Києво-Могилянська академія»

_______________ А. А. Мелещевич

« ___ » квітня 2018 р.

ПРОГРАМА ФАХОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ
для здобуття ступеня магістра за спеціальністю
113 «ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»
(галузь знань: 11 «Математика та статистика»;
освітня програма: «Прикладна математика»)

Схвалено
Вченою радою
факультету інформатики
(протокол № 3 від 1 березня 2018 р.)

Голова Вченої ради
декан

_______________ М. М. Глибовець

КИЇВ – 2018

I. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Фахове вступне випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» (освітня програма: «Прикладна математика») передбачено Правилами прийому до Національного університету «Києво-Могилянська академія» в 2018 р. для тих абітурієнтів, які вступають на навчання для здобуття ступеня магістра.

Фахове вступне випробування за спеціальностю 113 «Прикладна математика» має за мету з'ясування рівня професійних компетенцій, теретичних знань і практичних навичок абітурієнтів з базових математичних дисциплін («Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій»); визначення їхньої готовності до засвоєння відповідної освітньої програми магістерського рівня.

Фахове вступне випробування за спеціальностю 113 «Прикладна математика» проводиться у формі **письмового екзамену**, під час якого кожен абітурієнт виконує **десять** завдань, вміщені в обраному ним білеті.

Кількість білетів – 10
Тривалість письмового екзамену 120 хв.

II. ПИТАННЯ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ФАХОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ

Дискретна математика

1. Числення висловлювань. Операції над висловлюваннями та їх властивості. Основні тавтології та правила логічного наслідку.

2. Булеві функції, операції над ними. Застосування до побудови релейно-контактних схем, диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми

3. Метод математичної індукції.

4. Основні поняття теорії множин. Парадокс Рассела. Діаграми Ойлера-Вена. Способи представлення множин в пам'яті комп'ютера. Операції над множинами та їх властивості. Закони де Моргана. Декартів добуток множин. Поняття функції , способи її задання.

5. Основні принципи комбінаторики. Розміщення , перестановки, комбінації (з повтореннями і без). Біноміальні коефіцієнти та їх інтерпретації Поліноміальні коефіцієнти. Формули включень та виключень .

6. Порівняння нескінченних множин. Рівнопотужні множини. Зліченні та незліченні множини, основні теореми. Зліченність множини раціональних чисел та незліченність множини двійкових послідовностей. Порівняння потужностей множини та її булеана. Поняття про кардинальні числа.

7. Відношення, та відповідності задані на множинах. Графіки та графи бінарних відношень. Операції над відношеннями .

8. Спеціальні типи відношень. Функціональні відношення. Відношення еквівалентності, поняття фактор-множини Відношення часткового порядку, решітки.

9. Основні поняття теорії графів. Ойлерові та гамільтонові графи.

10. Дерева та їх властивості.

Математичний аналіз

1. Числові послідовності. Способи задання послідовності. Означення границі послідовності. Теореми про єдиність границі, про обмеженість збіжної послідовності (з дов.), про три послідовності (про “затиснуту” послідовність), про арифметичні дії над збіжними послідовностями .

2. Теорема Веєрштраса про існування границі монотонної послідовності. Збіжність послідовності $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n,\ n \geq 1\right\}$. Число е.

3. Границя функції в точці. Означення по Коші і по Гейне, їх еквівалентність. Чудові границі. Теорема про арифметичні дії з границями.

4. Поняття неперервності функції, неперервність функції в точці і на множині, класифікація точок розриву. Теореми про властивості неперервних на відрізку функцій (теорема Коші про проміжні значення неперервної функції, теореми Вейєрштраса).

5. Похідна. Геометричний та фізичний зміст похідної. Правила диференціювання (похідна суми, добутку, частки, складеної функції). Таблиця похідних основних елементарних функцій.

6. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші.

7. Поняття диференціала та його застосування до наближених обчислень.

8. Дослідження функції за допомогою похідних. Монотонність та похідна. Локальний екстремум. Опуклість, точки перегину. Знаходження найбільшого та найменшого значень функції, заданої на відрізку.

9. Поняття первісної та невизначеного інтегралу. Елементарні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів. Основні методи інтегрування функцій (заміни змінної та метод інтегрування частинами).

10. Визначений інтеграл. Теорема Ньютона-Лейбніца. Неперервність і похідна інтеграла як функції верхньої межі.

11. Невласні інтеграли I-го та II-го роду.

12. Застосування визначеного інтегралу до обчислення площ, довжини дуги кривої, об’єму і поверхні тіла обертання.

13. Числові ряди. Необхідна умова збіжності числового ряду. Гармонійний ряд ($\alpha = 1$).

14. Ознаки порівняння збіжності знакододатних числових рядів. Ознаки Коші і д’Аламбера збіжності знакододатніх числових рядів.

15. Абсолютна і умовна збіжність ряду. Ознака Лейбніца збіжності знакопочергового ряду.

16. Степеневий ряд, його радіус збіжності, теорема Коші-Адамара. Теореми про властивості степеневих рядів. Розклад функцій в ряд Тейлора, основні розклади.

17. Поняття тригонометричного ряду, розклад функцій в ряд Фур’є.

18. Метричні простори, поняття метрики. Простір Rm. Збіжність послідовностей точок в Rm. Множини в Rm: відкриті, замкнені, обмежені, компактні.

19. Похідні за напрямком та частинні похідні функцій багатьох змінних. Градієнт функції багатьох змінних та формула визначення похідної за напрямком через градієнт.

20. Диференційовні функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності. Дотична площина та нормаль до гладкої поверхні. Диференціал 1-го порядку.

21. Похідні вищих порядків. Теорема Шварца про достатні умови рівності змішаних похідних. Диференціал другого порядку. Формула Тейлора розвинення функції в околі заданої точки.

22. Локальний екстремум функції багатьох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму функції двох змінних.

23. Подвійний інтеграл. Означення, фізичний та механічний зміст. Теорема Фубіні про обчислення подвійного інтегралу. Формула заміни змінних у подвійному інтегралі. Якобіан. Полярні координати.

Алгебра та геометрія

1. Поле комплексних чисел. (алгебраїчна, тригонометрична форма комплексного числа, корені з комплексних чисел).
2. Гіпербола, парабола, еліпс, рівняння прямої та площини.
3. Системи лінійних рівнянь, метод Гауса.
4. Алгебра матриць, обернена матриця.
5. Абстрактний векторний простір. Лінійна незалежність векторів, базис, розмірність.
6. Визначники матриці, ранг матриці, метод Крамера розв’язку системи рівнянь.
7. Білінійні та квадратичні форми. Метод Лагранжа зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.
8. Нормальна форма над C та R , закон інерції квадратичних форм. Додатно та від’ємно визначені квадратичні форми.
9. Евклідові та унітарні простори. Ортонормований базис. Кут між векторами, відстань від вектора до підпростору.
10. Лінійні оператори. Власні числа та власні вектори Діагоналізовані оператори
11. Поняття групи, кільця, поля.
12. Ідеал кільця, фактор-кільце, кільця лишків. Функція Ойлера.
13. НСД та НСК цілих чисел та многочленів, алгоритм Евкліда.
14. Теорема Ойлера та мала теорема Ферма.
15. Діофантові рівняння, лінійні конгруенції.
16. Китайська теорема про лишки.
17. Квадратичні конгруенції. Квадратичні лишки і символ Лежандра.
18. Розклад многочлена на незвідні над полями R та C (опис незвідних поліномів над R, використовуючи розклад над C).

Диференціальні рівняння

1. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку, її геометричний і фізичний зміст. Достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші.

2. Диференціальні рівняння в повних диференціалах, теорема про небхідні і достатні умови для того, щоб рівняння було рівнянням в повних диференціалах.

3. Теорема про структуру загального розв’язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.

4. Методи відшукання часткового розв’язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку. Метод варіаціії довільних сталих.

5. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Методи розв’язування таких рівнянь.

6. Задача Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку. Достатня умова існування та єдиності розв'язку.

7. Методи інтегрування лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь. Теорема про структуру загального розв’язку лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь у випадку, коли корені характеристичного рівняння дійсні і різні.

Теорія алгоритмів та математична логіка

1. Формальні мови. Числення предикатів, як формальна мова.
2. Формальні теорії. Числення предикатів, як формальна теорія.
3. Теорії першого порядку. Теорема К. Гьоделя про повноту числення предикатів.
4. Алгоритмічна мова К. Гьоделя. Примітивно рекурсивні, загально-рекурсивні та частково-рекурсивні функції, множини, предикати.
5. Машина Тьюрінга. Теза Чьорча. Еквівалентність концепцій алгоритму за Гьоделем та Тюрінгом.

Теорія ймовірностей та математична статистика

1. Аксіоматичне означення ймовірності. Властивості ймовірності.
2. Класична, геометрична та дискретна схеми визначення ймовірності.
3. Умовні ймовірності. Формули повної ймовірності та Байєса.
4. Незалежність випадкових подій. Незалежність випадкових подій попарна та в сукупності.
5. Дискретні випадкові величини. Розподіл дискретної випадкової величини. Функція розподілу дискретних випадкових в. Її властивості.
6. Схема Бернуллі. Біномінальний розподіл. Розподіл Пуассона. Їх числові характеристики та застосування.
7. Числові характеристики дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. Їх властивості. Функції від випадкових величин. Їх характеристики.
8. Абсолютно неперервні розподіли. Щільність, її властивості.
9. Рівномірний розподіл. Його характеристики та застосування.
10. Показниковий розподіл. Його характеристики, застосування і основна властивість.
11. Нормальний розподіл. Його характеристики та застосування.
12. Функції від випадкових величин. Їх математичне сподівання. Моменти випадкової величини.
13. Сумісний розподіл дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. Їх властивості і характеристики.

14. Числові характеристики залежності випадкових величин. Їх властивості.

Методи оптимізації та дослідження операцій

1. Постановка задачі математичного програмування. Цільова функція та функції-обмеження.

2. Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування. Теорема про пошук оптимального розв'язку.

3. Загальна постановка задачі лінійного програмування. Симплекс-метод розв'язання задач лінійного програмування. Симплекс-таблиці.

4. Поняття двоїстих задач лінійного програмування. Теорема про двоїстість. Зв'язок між задачею лінійного програмування та двоїстою до неї задачею.

5. Цілочислові задачі задач лінійного програмування. Методи розв'язання. Метод відтину Гоморі розв'язання цілочислової задачі лінійного програмування.

6. Закрита транспортна задача. Методи знаходження початкового базисного розв'язку. Метод потенціалів розв'язування транспортної задачі. Відкриті транспортні задачі.

7. Матричні ігри двох осіб. Платіжна матриця. Гра у чистих стратегіях. Максимівна та мінімаксна стратегії. Сідлова точка. Змішані стратегії. Основна теорема теорії матричних ігор.Зведення антагоністичної матричної гри двох осіб до задачі лінійного програмування.

8. Класична задача оптимізації. Поняття стаціонарних точок. Метод Лагранжа.

III. ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ ПІДГОТОВКИ

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1971.
2. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1987.
3. Боднарчук Ю. В., Олійник Б. В. Основи дискретної математики: Навч. посіб. — К.: Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2009. — 159 с.
4. Ван дер Варден Б. Алгебра, – М.: Наука, 1979.
5. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Физматлит, 1996. — 400 с.
6. Винберг Э.Б. Курс алгебры .– Москва : Факториал, 1999.– 527 с.
7. Гельфанд И. Лекции по линейной алгебре . Издание пятое, исправленное. – Москва: Добросвет, МЦНМО, 1998. – 320 с.
8. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: Вища школа, 1988. — 438 с.
9. Глибовець М.М., Олецький О.В. Штучний інтелект, Видавничий дім "КМ Академія " 2002.
10. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: Учебник. — М.: Наука, 1988. -448 с.
11. Городній М.Ф., Митник Ю.В., Кашпіровський О. І. Основи математичного аналізу. Ч.І., -Київ, "КМ Академія" – 2004, 101с.
12. Городній М.Ф., Митник Ю.В. Основи математичного аналізу. Ч.ІІ., - Київ, «Київський ун-т» – 2007, 85с.
13. Гудыменко Ф. Я., Павлюк И.А., Волкова В.А. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – К.: Вища шк. Головное изд – во, 1972.
14. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении – Киев: Факт, 2004 – 560с.
15. Коваленко И. Н., Гнеденко Б. В. Теория вероятностей: Учебник. — К.: Выща шк., 1990. — 328 с.

16. Колмогоров А. Н., Журбенко И. Г., Прохоров А. Г. Введение в теорию вероятностей. — М.: Физматлит, 1995. — 176 с.
17. Мальцев А. Алгоритмы и рекурсивные функции, - М., Наука, 1986.
18. Мендельсон Э. Введение в математическую логику, - М., Наука, 1971.
19. Оленко А. Я., Ядренко М. Й. Дискретна математика: навч.-метод. посіб. - К.: НаУКМА, 1996. — 83 с.
20. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: Примеры и задачи, – К.: Вища шк. Головное изд – во, 1984, 454с.
21. Тей А., Грибомон Ж. Логический подход к искусственному интеллекту, - М.: “Мир”, 1990.
22. Трохимчук Р. М. Основи дискретної математики: Практикум. — К.: МАУП, 2004. — 168 с.
23. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1979.

IV. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Результати фахового вступного випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» (освітня програма: «Прикладна математика») **оцінюються за 100-бальною шкалою.** Максимально можлива кількість балів за відповідь на одне питання вступного екзамену - 9. В екзаменаційному білеті міститься всього 10 питань для письмової відповіді. В межах 10 балів, враховується перевірка мовної компетентності (українська мова) – розуміння та використання термінології, формулювання думки, грамотне написання слів.

Оцінювання письмової екзаменаційної роботи за спеціальністю 113 «Прикладна математика» (освітня програма: «Прикладна математика») здійснюється за такими критеріями:

Кількість балів за письмову екзаменаційну роботу	**Критерії оцінювання**
91 – 100	Абітурієнт дав правильну відповідь на 90 – 100% завдань, чим проявив глибоке знання програмного матеріалу з навчальних дисциплін «Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій»; показав повне знання навчально-програмного матеріалу з питань дисципліни; продемонстрував уміння вільно виконувати екзаменаційні завдання. Письмові завдання виконані повністю, відповідь обґрунтована і оформлена належним чином.
71 – 90	Абітурієнт проявив чітке орієнтування в програмному матеріалі з навчальних дисциплін «Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія

	ймовірностей і математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій»; дав правильну відповідь на 70 – 89 % питань; показав достатньо високий рівень знання навчально-програмного матеріалу з питань кожної дисципліни; в основному виконав завдання, але з деякими помилками; виявив системний характер знань в процесі написання іспиту.
60 – 70	Абітурієнт продемонстрував знання матеріалу з навчальних дисциплін «Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій» в мінімальному обсязі; дав правильну відповідь на 50 – 69 % питань; зробив помилки під час виконання екзаменаційного завдання, але в основному володіє необхідними знаннями з дисциплін.
0 – 59	Абітурієнт дав правильну відповідь менше ніж на 50 % питань; проявив слабке (незадовільне) орієнтування в питаннях програмного матеріалу; допустив принципові помилки, виконуючи екзаменаційні завдання.

Абітурієнт вважається таким, що склав фахове вступне випробування за спеціальністю 113 «Прикладна математика» (освітня програма: «Прикладна математика»), якщо оцінка за письмову екзаменаційну роботу становить **60 – 100 балів.**

У випадку, якщо екзаменаційна оцінка становить **0 – 59 балів**, абітурієнт вибуває з конкурсного відбору на спеціальність 113 «Прикладна математика» (освітня програма: «Прикладна математика»).

Голова фахової атестаційної комісії ____________ Б. В. Олійник